

DOI: 10.16285/j.rsm.2015.05.005

一种双折减法与经典强度折减法的关系

白 冰¹, 袁 维², 石 露¹, 李 君³, 李小春¹

(1.中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071;

2.石家庄铁道大学 土木工程学院, 河北 石家庄 050043; 3.天津大学 中低温热能高效利用教育部重点实验室, 天津 300072)

摘 要: 经典强度折减法的出发点是对强度值进行折减, 进而导致对强度(准则)中的参数使用同一个折减系数。使边坡处于整体临界平衡状态的折减系数恰是边坡的强度储备安全系数。一些学者陆续提出了对黏聚力和内摩擦角采用不同折减系数的所谓双折减法, 但尚无严格的理论依据。提出双折减法的出发点是对强度(准则)中的参数进行折减, 或简称“强度参数折减”, 这样可自然导致采用不同的折减系数, 但此时已无法自动得到基于强度储备的安全系数。为此, 提出了定义安全系数的新框架——基于参照边坡的安全系数定义, 为双折减法建立了理论基础。将新提出的一种双折减法与经典强度折减法进行了比较, 发现可以将经典强度折减法纳入该双折减法的计算过程, 并从理论上证明了该双折减法的的安全系数几乎总是小于经典强度折减法的安全系数, 数值模拟实例也证实了这个结论。这表明, 经典强度折减法有可能高估了边坡的安全性, 建议的双折减法可作为边坡稳定分析的备选方法之一。

关 键 词: 边坡; 安全系数; 极限平衡法; 强度折减法; 双折减法

中图分类号: TU 470

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2015) 05-1275-07

Comparing a new double reduction method to classic strength reduction method for slope stability analysis

BAI Bing¹, YUAN Wei², SHI Lu¹, LI Jun³, LI Xiao-chun¹

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences,

Wuhan, Hubei 430071, China; 2. School of Civil Engineering, Shijiazhuang Railway Institute, Shijiazhuang, Hebei 050043, China;

3. Key Laboratory of Efficient Utilization of Low and Medium Grade Energy (MOE), Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: In the classic strength reduction method (SRM), there is only one strength reduction parameter which can be proved to be equal to the definition of factor of safety (FOS) by strength reservation. Some double reduction methods (DRM), in which distinct reduction parameters are used for friction angle and cohesion force, have been presented by researchers. In this paper, a new basis is established to support the rationality of the double reduction methods, and also a specific definition of FOS is built for a recently presented DRM by the authors. A comparison is **made** between the DRM and the SRM through rigid mathematical proving, which shows that the FOS of the DRM is almost always smaller than that of the classic SRM. This conclusion is verified by four numerical examples. The research shows that the possibility that the classic strength reduction method (SRM) may overestimate the safety of a slope exists. It is advised that the presented DRM be adopted as an additional option in the slope stability evaluations although more application experience is expected.

Keywords: slope; factor of safety; limit equilibrium method; strength reduction method; double reduction method

1 引 言

安全系数与最危险滑面的确定是边坡稳定性分析的两个核心内容。这两个工作不是孤立的, 是一个优化问题中的两个方面, 前者需要以后者作为计算的位置, 后者则需要以前者为目标函数。极限平衡法是一种很早就被建立起来的计算边坡安全系数

的方法, 在过去几十年中得到了广泛应用, 积累了大量经验。强度折减法是计算边坡安全系数的另一方法, Zienkiewicz 于 1975 最先提出和使用的^[1]。该方法最初只是作为用有限元法计算安全系数的一个技巧, 在 1992 年被 Matsui 等命名为强度折减法^[2]。与有限元法结合形成的所谓有限元强度折减法, 不仅可以计算边坡安全系数, 而且比极限平衡法具有

收稿日期: 2014-04-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 41272263)。

第一作者简介: 白冰, 男, 1980 年生, 博士, 副研究员, 主要从事岩土力学理论、试验及其应用的研究工作。E-mail: bai_bing2@126.com

额外优点^[3-5]。例如,能够计算边坡的变形、破坏过程等。随着计算机和数值分析软件的发展,强度折减法获得广泛的研究和应用。

在经典强度折减法中,黏聚力 c 和 $\tan \varphi$ (φ 为内摩擦角) 这两个参数的折减系数是相等的(称为等比例折减,或称单一折减法,简称“单折减法”,英文简称为 SRM),并且可以证明,安全系数恰好等于边坡整体临界失稳时的折减系数。近年来,一些学者陆续提出对 c 和 $\tan \varphi$ 采用不同折减系数的所谓“双折减法”^[6-14](英文简称为 DRM),甚至发现双折减法的安全系数比传统的单折减法的安全系数小^[10]。国内较早研究双折减法的唐芬等认为^[7], c 和 $\tan \varphi$ 应采用不同的折减系数。然而,采用两个折减系数时,可能的折减路径有无穷多个,如何确定双参数的折减路径是不清楚的,即使找到了折减路径,得到的折减系数也不再自动等于安全系数,此时边坡安全系数究竟如何定义也未见论证和探讨。袁维等^[15]建议了一个双折减法,并提出了基于参数拟合的配套折减原则,以避免对 c 和 $\tan \varphi$ 进行任意折减的盲目性。最近,白冰等^[16]又提出了一个新的双强度折减法,不仅给出了确定的折减路径,而且给出了双折减法安全系数的一个新定义,但利用两个系数进行折减的合理性迄今仍未见严格的论证,并且也未见双折减法安全系数与经典强度折减法安全系数的严格比较。

本文拟给出双折减法中采用两个折减系数的依据,为双折减法建立理论基础,并论证文献[16]定义的双折减法安全系数与经典强度折减法的安全系数的关系,最后,通过数值模拟算例进一步验证这种关系。

2 双折减法的理论依据

文献[6-7]认为,强度参数 c 和 φ 在边坡发生滑动时发挥的作用不同、发挥作用的先后顺序不同以及衰减的速度也不同。据此认为 c 和 φ 应采用不同的折减系数更符合实际,并将这两个折减系数称作双安全系数。但若边坡真的处于破坏演化的过程中,这个论断是应被接受的。然而,对于安全系数大于 1.0、处于稳定状态的边坡,其破坏过程显然是不存在的,而用强度折减法分析时,被折减后的 c 和 φ 也不再是该边坡的真实强度参数。虽然强度折减法的分析过程中存在着不断折减强度参数的过程,即介质强度参数劣化的过程,但这个过程是虚拟的,是真实边坡所不存在的。因此,双折减法的存在性可能需要寻找新的依据。

换一种观点看待安全系数的定义是有可能为双折减法的合理性找到依据的。事实上,根据经典强度折减法的实施过程可知,强度折减法的实质是以边坡初始抗剪强度 τ 为初值不断折减,以寻找恰好使边坡处于临界失稳状态的抗剪强度值 τ' (简称临界抗剪强度),两个抗剪强度的关系为: $\tau' = \tau/k$ 。简单变换该式,即得 $k = \tau/\tau'$ 。因此,安全系数即折减系数,是初始抗剪强度与临界抗剪强度的比值。然而,临界抗剪强度 τ' 并不属于原边坡,真实过程中边坡也不一定发生的滑动,它只是一个虚拟值。为了赋予这个虚拟值以一定的物理内涵,可以用下述方式重新阐释经典强度折减法定义安全系数的过程。

设存在两个边坡 A 和 B,边坡 A 是待评价的真实边坡,边坡 B 是潜在的参照边坡,并且恰好处于临界失稳状态,边坡 B 和边坡 A 只有抗剪强度材料参数不同,其余的所有方面,如几何、边界条件以及其他物性参数等均完全相同。这样的设置,使得边坡 A 和边坡 B 在安全度上具有完全的可比性,因而,可以将边坡 B 作为边坡 A 安全度的参照物,进而用边坡 A 的某种属性与边坡 B 的同一属性的比值定义边坡 A 的安全系数 F_s , 即

$$F_s = \frac{\text{边坡A的某种属性}}{\text{边坡B的某种属性}} \cdot \text{边坡B的安全系数} \quad (1)$$

可以选择两个边坡的抗剪强度值作为关键属性,同时考虑到边坡 B 恰好处于临界失稳状态,其安全系数为 1.0,这样,边坡 A 的安全系数按照式(1)的思想,即可表达为(带“'”的为边坡 B 的值,下同),

$$F_s = \frac{\tau_f}{\tau'_f} \times 1.0 \quad (2)$$

式中: τ_f 和 τ'_f 分别为边坡 A 和 B 的抗剪强度。

对于经典的强度折减法,安全系数完全可以用上式的定义得到。只是,在这种方法中,参照边坡 B 是边坡 A 折减后的边坡,并且其抗剪强度为 $\tau'_f = \frac{\tau}{k}$, 因此,边坡 A 的安全系数为

$$F_s = \frac{\tau_f}{\frac{\tau_f}{k}} \times 1.0 = k \quad (3)$$

这就是经典强度折减法的安全系数。将把上述重新看待经典强度折减法安全系数定义的过程称为“参照边坡”观点。按照这一思想,对于符合摩尔-库仑(Mohr-Coulomb)强度准则的边坡 A,其参照边坡 B 的抗剪强度可以从边坡 A 按照某种方式变化过来,但变化方式不一定是采用除以某个折减系

数这个途径,完全可以通过其他方式调整边坡 A 的 c 和 $\tan \varphi$ 这两个强度参数得到:

$$c' = \frac{c}{k_1}, \tan \varphi' = \frac{\tan \varphi}{k_2} \quad (4)$$

这就是双参数的强度折减法。其中, k_1 和 k_2 分别为两个强度参数的折减系数。至于双折减法的安全系数的具体定义,只需要遵循式(1)的原则即可,不一定非要基于这两个折减系数,因此也是不惟一的。

3 一种双折减法概要

文献[16]提出的双折减法正是来自于第2节中“参照边坡”观点的指导。从几何上看,经典强度折减法是根据初始的 Mohr-Coulomb 强度曲线,去寻找一条新的强度曲线使得边坡恰好整体失稳,这条曲线,称为临界强度曲线,它是参考边坡 B 的强度性质。这个过程在几何上就是一个初始强度曲线在 $\tau-\sigma$ 坐标系中移摆的过程。在 $(c, \tan \varphi) \rightarrow (c', \tan \varphi')$ 过程中理论上无穷多个路径,但问题的核心是寻找参照边坡 B 的临界强度曲线。当然,为了得到这个临界强度曲线,可以采用在 (k_1, k_2) 空间中搜索的方式得到,也可以利用其他途径得到。一旦得到了临界强度曲线,也自然可以反求出这对折减系数,文献[16]恰是采用了后一种方法。

为了寻找这样的临界强度曲线,可以去寻找边坡单元应力圆公切线的方式得到。这条公切线应该满足两个条件:

(1) 该公切线对应的强度参数恰使边坡临界失稳。

(2) 该公切线能够与尽量多的单元应力圆相切,亦即更贴近尽量多数目的单元应力圆。

我们称这条公切线为使边坡发生临界失稳的那些应力圆的“临界最大公切线”,之后就需要定义和计算边坡的安全系数,最终找到的“临界最大公切线”与 N 个单元的应力圆相切,则定义边坡的安全系数为全部公切点处对应的边坡 A 的抗剪强度之和与公切点对应 B 边坡(参照边坡)的临界抗剪强度之和的比值^[16],即

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^N \tau_{fi}}{\sum_{i=1}^N \tau'_{fi}} \quad (5)$$

式(5)中,分子表示全部公切点处对应的边坡 A 的抗剪强度之和,分母表示公切点对应 B 边坡(参照边坡)的临界抗剪强度之和。

关于双折减法的详细过程可参见文献[16],此

处重新阐述该方法的概要是为后续进行安全系数的比较做准备。

4 两类折减法安全系数的比较

4.1 一个单元上的充分必要条件

文献[16]提出了材料点上的安全系数,或点安全系数。对于常应变单元,它就是单元安全系数。在应力圆上单元安全系数是指应力圆上各点对应的抗剪强度与该点剪切应力比值中最小的那个,如图1中的点 F 。

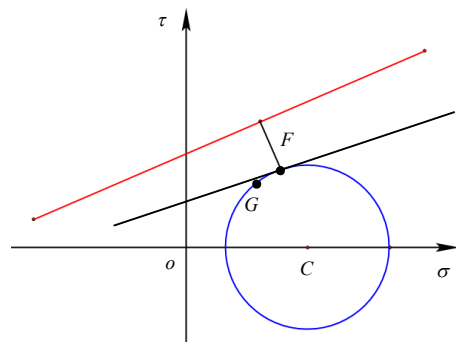


图1 一个点的应力圆, Mohr-Coulomb强度线以及点安全系数^[16]

Fig.1 Stress circle at a material point, strength line and material safety factor

为了比较经典强度折减法与双折减法安全系数的关系,先提出在一个单元上使用双折减法时的充分、必要条件。

(1) 充分条件

如果在一个单元上使用双折减法,折减系数分别为 k_1 、 k_2 , 并且最终使单元失稳的临界强度曲线是过 F 点的切线,那么必有 $k_1 = k_2$, 即找到这条临界强度曲线的折减法一定是经典强度折减法。

(2) 必要条件

对于初始的材料强度曲线,如果用相等的折减系数 k_1 、 k_2 , 即采用经典强度折减法去寻找与单元应力圆相切的临界失稳强度曲线,那么切点也一定是点 F , 即在应力圆上对应的抗剪强度与该点剪切应力比值中最小的那个点。

4.2 用双折减法实现经典强度折减法

经典强度折减法和双折减法定义安全系数都符合我们的参照边坡思想。但经典强度折减法寻找临界强度曲线的方法是不断试探折减系数,而双折减法则寻找使得边坡临界失稳的最大公切线,即用公切线单元的搜索代替了单一折减系数的搜索。为了定量比较两个折减法所得安全系数的大小,必须用同一套流程来阐述这两种方法。事实上,可以用

双折减法的思路来重新阐释经典强度折减法。

经典强度折减法不断试探单一的折减系数,在几何上也正是去寻找参照边坡的临界强度曲线。对于一个包含多于两个单元的边坡网格,可以这样设想:根据 4.1 节的充分必要条件,在强度折减过程中,每一次折减后的有限元计算,总是得到一个新的强度曲线,这个强度曲线总是有一个应力圆和它相切于点 F 。当折减系数对应的临界强度曲线恰好使边坡临界失稳时,也会有一个应力圆恰好与该临界强度曲线相切于点 F 。全部折减过程对应的应力圆点 F 组成一个集合。因此,经典强度折减法搜索临界折减系数的过程也可以看作从这个切点 F 集合对应的单元集中搜索出那个关键的单元。

当边坡做了有限元初始化计算以后,每个单元都存在一个应力圆,这个应力圆的集合就可以作为搜索上述关键单元的集合。具体的计算过程如下:

(1) 用边坡的材料参数进行初始化计算,得到初始化应力场等,可以采用 FEM 或 FLAC 程序。

(2) 计算每个单元的单元安全系数。将这些单元按照其安全系数的升序排列,形成的有序单元集合记为 E 。

(3) 在集合 E 内循环,搜索出点 F 的切线,恰好使边坡整体失稳的单元,则这个过点 F 的切线就是临界强度曲线。

(4) 计算边坡安全系数,即折减前后两条强度曲线上任意一点抗剪强度的比值,也就是该切点的单元安全系数。

4.3 两种折减法安全系数的比较

至此可知,经典强度折减法和双折减法两个计算流程的核心都是搜索一个临界强度曲线,并且都在相同的网格单元和初始化应力上进行。搜索过程主要有两个差别:①二者搜索的单元集不同,经典折减法只要搜索到一个单元即可,而双折减法则要

搜索到最大公切单元;②安全系数的定义不同。

在经典强度折减法中,当一个单元屈服,并且过其点 F 的切线恰好使边坡整体屈服时,那么所有比该单元安全系数更小的单元,必然已经屈服。在几何上,这些具有较小安全系数的单元必然与待搜索的强度曲线相割。设边坡剖分的单元数目为 n ,在进行数值计算后,其每个单元按照单元安全系数的升序排列为集合 $Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$, Y_i 表示第 i 个单元。设临界强度线恰好与单元 Y_m 相切,因而与 $Y_1 \sim Y_{m-1}$ 这些单元相割。而在双折减法中,同样的单元集 Y ,拟搜索的临界强度曲线不仅与其中至少两个单元相切(两个单元的公切线),而且被要求与尽量多的单元相切(最大公切线)。

设双折减法中用到的单元集中,单元安全系数最大的那个单元为 Y_g ,可以证明下面命题成立:若有 $g \leq m$,用同一套网格和初始化应力,双折减法安全系数 F_{sd} 总是小于经典折减法安全系数 F_{sc} ,即 $F_{sd} < F_{sc}$ 。

首先,证明 $g = m$ 时命题成立。

图 2 是边坡应力 Mohr 圆和强度曲线 S_1 , 实线应力圆表示进行一次稳定计算得到全部单元的应力状态(因篇幅所限,只绘出一部分),并且这些应力圆被按照其单元安全系数从小到大排列($C_1 \sim C_m$)。设用双折减法得到的临界强度曲线为直线 t_1 ,为了叙述简便,在不引起歧义时,它与应力圆 $C_1 \sim C_m$ 的切点仍然记为 $C_1 \sim C_m$ (图中浅色点)。实心应力圆上的黑点 $B_1 \sim B_m$ 则是这些应力圆上的最小安全系数点。

根据单元安全系数的定义,应力圆 C_m 对应的单元安全系数为

$$F_s^{C_m} = \frac{\tau_{B_m}^s}{\tau_{B_m}} \quad (6)$$

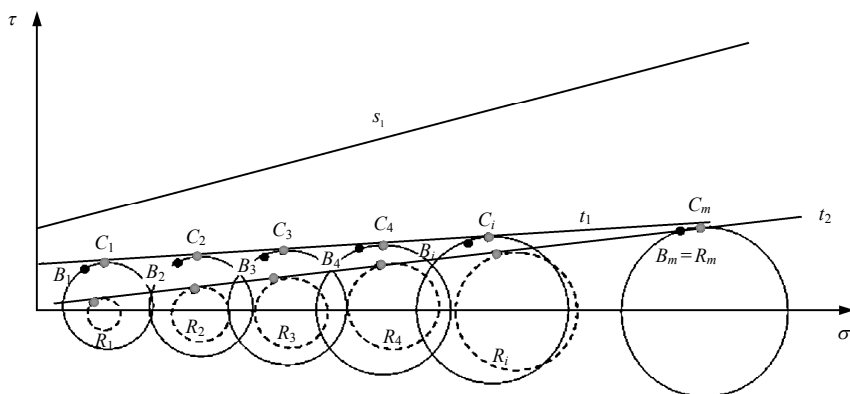


图 2 用于两种方法安全系数比较的单元应力状态

Fig.2 Stress circles used to determine the FOSs by SRM and DRM

式中： τ_{B_m} 为点 B_m 的剪应力； $\tau_{B_m}^s$ 则是点 B_m 对应的抗剪强度，位于强度曲线 S_1 上。

对于经典强度折减法，设应力圆 C_m 恰是搜索到的使边坡发生整体失稳的那个单元的应力状态。绘一条切应力圆 C_m 于 B_m 的切线 t_2 ，该切线的纵截距必然大于 0（小于或等于 0 的在搜索过程中已被排除）。然后在实线应力圆对应处总是可绘出与 t_2 相切的应力圆（图中的虚线应力圆 $R_1 \sim R_i$ ），这些应力圆数目与实心应力圆数目相等。根据 4.1 节的充分必要条件，这些虚线应力圆的单元安全系数都等于 R_m （即 C_m ）的单元安全系数，也就是经典折减法对应的边坡安全系数，即

$$\frac{\tau_{R_1}^s}{\tau_{R_1}} = \dots = \frac{\tau_{R_i}^s}{\tau_{R_i}} = \dots = \frac{\tau_{C_m}^s}{\tau_{C_m}} \square F_{sc} \quad (7)$$

式中： τ_{R_i} 为切点的剪应力； $\tau_{R_i}^s$ 为切点在强度曲线上对应的抗剪强度，“ $\square$ ”表示“记作”。

从式（7）有下式成立：

$$\frac{\tau_{C_m}^s}{\tau_{C_m}} = \frac{\sum_{i=1}^m \tau_{R_i}^s}{\sum_{i=1}^m \tau_{R_i}} \quad (8)$$

由于单元 $C_1 \sim C_m$ 已经按其单元安全系数从小到大排列，故有

$$\frac{\tau_{C_1}^s}{\tau_{C_1}} < \frac{\tau_{C_2}^s}{\tau_{C_2}} < \dots < \frac{\tau_{C_m}^s}{\tau_{C_m}} \square F_{sc} \quad (9)$$

根据双折减法安全系数的定义式（5），有

$$F_{sd} = \frac{\sum_{i=1}^m \tau_{C_i}^s}{\sum_{i=1}^m \tau_{C_i}} \quad (10)$$

根据式（9），有

$$\tau_{C_i}^s < F_{sc} \tau_{C_i} \quad (11)$$

由式（7）、（10）、（11），得

$$F_{sd} = \frac{\sum_{i=1}^m \tau_{C_i}^s}{\sum_{i=1}^m \tau_{C_i}} < \frac{\sum_{i=1}^m F_{sc} \tau_{C_i}}{\sum_{i=1}^m \tau_{C_i}} = F_{sc} = \frac{\sum_{i=1}^m \tau_{R_i}^s}{\sum_{i=1}^m \tau_{R_i}} = \frac{\tau_{C_m}^s}{\tau_{C_m}} \quad (12)$$

至此，证明了 $g = m$ 时双折减法的安全系数总是小于经典折减法的安全系数。

再来看 $g < m$ 时的情形。

从式（7）仍然有下式成立：

$$\frac{\tau_{C_m}^s}{\tau_{C_m}} = \frac{\sum_{i=1}^g \tau_{R_i}^s}{\sum_{i=1}^g \tau_{R_i}} \quad (13)$$

因此，有

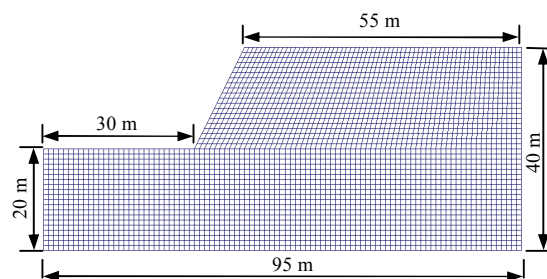
$$F_{sd} = \frac{\sum_{i=1}^g \tau_{C_i}^s}{\sum_{i=1}^g \tau_{C_i}} < \frac{\sum_{i=1}^g F_{sc} \tau_{C_i}}{\sum_{i=1}^g \tau_{C_i}} = F_{sc} = \frac{\sum_{i=1}^g \tau_{R_i}^s}{\sum_{i=1}^g \tau_{R_i}} = \frac{\tau_{C_m}^s}{\tau_{C_m}} \quad (14)$$

命题仍然成立。

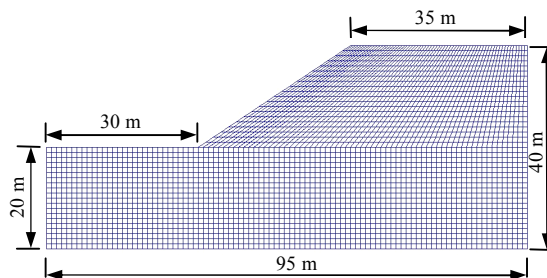
但当 $g > m$ 时，严格给出两个安全系数的关系较为困难，需要进一步的研究工作。

5 算例

文献[16]曾给出两个边坡算例（图3），初步实证了双折减法与经典强度折减法安全系数的关系。两个边坡的材料参数完全相同（见表1），只是坡角不同，计算结果见表2。



(a) 边坡 A 的构形（坡角=63°）



(b) 边坡 B 的构形（坡角=34°）

图3 两个边坡的几何构形

Fig.3 Initial configurations of two slopes

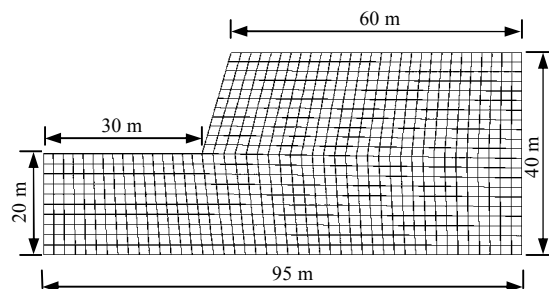
表1 边坡材料参数
Fig.1 Material parameters

重度 /(kN/m ³)	体积模量 /MPa	剪切模量 /MPa	黏聚力 /kPa	摩擦角 /(°)
25	8.333	4.846	42	27

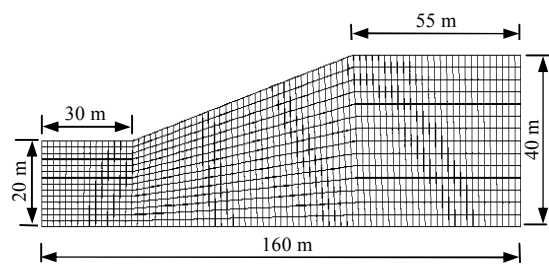
表2 边坡安全系数计算结果
Table 2 FOSs from two methods

边坡	坡角 /(°)	安全系数	
		经典SRM法	双折减法
A	63	1.021	1.006
B	34	1.710	1.239

本文增加两个算例, 以进一步证实第 4 节中双折减法与经典折减法安全系数的大小关系。我们仍然只讨论安全系数大于 1.0 的稳定边坡。基本保持原算例的材料参数, 新设置两个坡角, 边坡构形见图 4。具体模拟参数见表 3, 安全系数计算结果见表 4。



(a) 边坡 C 的构形 (坡角=75°)



(b) 边坡 D 的构形 (坡角=15°)

图 4 新增两个算例边坡的几何构形

Fig.4 Initial configurations of two new slopes

表 3 新增算例边坡材料参数

Table 3 Material parameters of new example

边坡	体积模量	剪切模量	黏聚力	摩擦角
/ (kN/m ³)	/ MPa	/ MPa	/ kPa	/ (°)
20	8.333	4.846	42	27

表 4 新增算例边坡安全系数计算结果

Table 4 FOSs from of new example

边坡	坡角 / (°)	安全系数	
		经典SRM法	双折减法
C	75	1.098	1.049
D	15	3.379	3.033

从上述 4 个算例结果可以看出, 文献[16]所提的双折减法的安全系数都比经典 SRM 法小, 这证实了本文的理论比较结果。

6 讨论

在 4.2 节中, 将经典强度折减法搜索折减系数 (亦即该法的安全系数) 的过程阐释为寻找临界单元安全系数的过程, 认为二者是等价的。但折减系

数属于连续实数区间, 而寻找临界单元则是在边坡有限个单元的集合上进行的, 该集合中的全体单元安全系数不仅是不连续的, 而且其范围也可能与折减系数的搜索范围不一致。这是将经典折减法纳入双折减法框架产生的主要差别。

一般而言, 对于实际边坡划分的单元数目巨大, 单元安全系数之间必然十分稠密, 并且这些单元安全系数的覆盖范围也容易接近折减系数的搜索范围。因此, 从近似计算和实用的角度, 笔者认为, 采用边坡包含有限个离散元素的单元安全系数集作为搜索范围是可接受的。

7 结论

(1) 本文提出定义安全系数的“参照边坡”观点, 为双折减法建立了理论依据。这进一步导致了边坡安全系数定义的新体系。经典强度折减法中安全系数的实质是基于强度储备的安全系数定义, 而本文的“参照边坡”观点引出的安全系数定义, 我们将其称为“基于参照边坡的安全系数定义”。

(2) 基于上述思想的安全系数的具体定义不是惟一的。本文介绍了文献[16]基于这一思想给出的一个具体的安全系数的定义。

(3) 经典强度折减通过折减强度值进而导致对强度 (准则) 中各参数的等比例折减, 即只有一个相同的折减系数, 因此, 的确“名副其实”——强度折减法; 而本文的双折减法, 出发点是折减强度准则中的参数, 从而间接折减了强度值, 因此, 确切而言, 笔者所开发的双折减法应是一种“参数折减法”。显然, 按照这一思想, 折减的参数数目可能是两个, 也可能是多个, 这取决于所选择的强度准则。

(4) 阐释了强度折减法求解安全系数的本质, 给出了其几何意义, 介绍了双折减法的实施流程, 并且将经典折减法纳入双折减法。

(5) 从理论上比较了经典强度折减法与所提出的双折减法安全系数的关系, 即证明了如下命题: 对于用同一套网格和初始化应力的边坡, 按单元安全系数升序排成有序集合, 若用于双折减法安全系数计算的单元, 在集合中的序号 g 小于或等于用于经典折减法计算的单元在其中的序号 m , 则双折减法安全系数 F_{sd} 与经典折减法安全系数 F_{sc} 的关系为: $F_{sd} < F_{sc}$ 。

(6) 对坡角分别大于或小于 45° 的 4 个边坡进行了分析计算, 得到的双折减安全系数均小于经典折减法, 佐证了结论 (5)。

(7) 经典强度折减法安全系数可能高估了边坡的安全系数, 双折减法及其安全系数可作为边坡分析的一个新的选项。

致谢: 感谢中南大学林杭副教授在研究过程中的有益讨论和热情帮助。

参考文献

- [1] ZIENKIEWICZ, CHUMPHESON O, CLEWIS R W. Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics[J]. **Geotechnique**, 1975, 25(4): 671—689.
- [2] MATSUL T, SAN K C. Finite element slope stability analysis by shear strength reduction technique[J]. **Soils and Foundations**, 1992, 32(1): 59—70.
- [3] DUNCAN J M. State of the art: Limit equilibrium and finite element analysis of slopes[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE**, 1996, 122(7): 577—596.
- [4] GRIFFITHS D V, LANE P A. Slope stability analysis by finite elements[J]. **Géotechnique**, 1999, 49(3): 387—403.
- [5] ZHENG H, LIUD F, LI C G. Slope stability analysis based on elasto-plastic finite element method[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 2005, 64: 1871—1888.
- [6] 唐芬, 郑颖人. 边坡稳定安全储备的双折减系数推导[J]. 重庆交通大学学报(自然科学版), 2007, 26(4): 95—100.
TANG Fen, ZHENG Ying-ren. Analysis of safety reserve of slope with two strength reduction factor[J]. **Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Science)**, 2007, 26(4): 95—100.
- [7] 唐芬, 郑颖人, 赵尚毅. 土坡渐进破坏的双安全系数讨论[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(7): 1402—1407.
TANG Fen, ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi. Discussion on two safety factors for progressive failure of soil slope[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26(7): 1402—1407.
- [8] 唐芬, 郑颖人. 边坡渐进破坏双折减系数法的机理分析[J]. 地下空间与工程学报, 2008, 4(3): 436—441.
TANG Fen, ZHENG Ying-ren. Mechanism analysis of dual reduction factors about the progress failure of slope[J]. **Chinese Journal of Underground Space and Engineering**, 2008, 4(3): 436—441.
- [9] 唐芬, 郑颖人. 基于双安全系数的边坡稳定性分析[J]. 公路交通科技, 2008, 25(11): 39—44.
TANG Fen, ZHENG Ying-ren. Slope stability analysis based on two safety factors[J]. **Journal of Highway and Transportation Research and Development**, 2008, 25(11): 39—44.
- [10] YAOHONG S. Double reduction factors approach to the stability of side slopes[J]. **Communications in Computer and Information Science**, 2010, 106(1): 31—39.
- [11] 董天文, 郑颖人. 桩基础双折减系数有限元强度折减法极限分析[J]. 岩土力学, 2011, 32(10): 3148—3154.
DONG Tian-wen, ZHENG Ying-ren. Strength reduction of limit analysis finite element method for pile foundation by two reduction factors[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32(10): 3148—3154.
- [12] 凌皓, 何光春, 朱肇. 双折减迭代计算在平面滑动岩质边坡中应用[J]. 华东公路, 2012, (6): 81—84.
LING Hao, HE Guang-chun, ZHU Bo. Application of double reduction iteration to 2D rock slope[J]. **East China Highway**, 2012, (6): 81—84.
- [13] 李海平. 强度双折减系数法在东太山边坡设计中的应用[D]. 北京: 中国地质大学, 2013.
- [14] 陈冉, 刘飞. 基于双折减系数法的土坡稳定性分析[J]. 防灾减灾工程学报, 2013, 33(增刊1): 105—110.
CHEN Ran, LIU Fei. Soil slope stability analysis based on dual reduction factor method[J]. **Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering**, 2013, 33(Supp.1): 105—110.
- [15] YUAN WEI, BAI BING, LI XIAO-CHUN, et al. A strength reduction method based on double reduction parameters and its application[J]. **Journal of Central South University**, 2013, 20(9): 2555—2562.
- [16] BAI BING, YUAN WEI, LI XIAO CHUN. A new double reduction method for slope stability analysis[J]. **Journal of Central South University**, 2014, 21(3): 1158—1164.